ECOLES CENTRALES, ESE, ESO — Options M et P'

EPREUVE DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Sur $(0, \frac{\pi}{2})$ *on considère la fonction :*

$$f : x \longmapsto \sin x$$

et des fonctions affines

$$g : x \longmapsto ax + b$$

Le problème consiste à déterminer trois approximations distinctes de f *par trois fonctions* g *, chacune de celle-ci satisfaisant à un type de conditions. Plus précisément on déterminera pour chacun des trois cas :*

a) les expressions exactes, aussi simplifiées que possible, donnant a *et* b *,*

b) les valeurs approchées de a *et* b *suivant les indications fournies plus loin dans l'énoncé,*

c) la "mesure" suivante de l'approximation de f *par* g *:*

$$M(a,b) = \operatorname{Max}_{x \in [0, \frac{\pi}{2}]} |f(x) - g(x)|$$

1er cas *On impose les deux conditions simultanées :*

$$g(\tfrac{\pi}{8}) = f(\tfrac{\pi}{8}) \quad \text{et} \quad g(\tfrac{3\pi}{8}) = f(\tfrac{3\pi}{8})$$

On démontrera que

$$b = \frac{\sqrt{20} - \sqrt{392}}{4} \qquad (1)$$

dont on donnera, à l'aide de tables numériques, la meilleure approximation à l'ordre 3, c'est-à-dire une valeur numérique avec 3 décimales et une incertitude de $0{,}5 \times 10^{-3}$

On déterminera une expression analogue à (1) pour a *d'où l'on déduira, à la règle à calcul, une valeur approchée.*

Enfin on calculera $M(a,b)$ *et on en déduira de même une valeur approchée à la règle à calcul.*

2éme cas *On impose la condition que* $\int_0^{\pi/2} \left[f(x) - g(x) \right]^2 dx$ *soit minimum, et les calculs de* a, b *et* $M(a,b)$ *seront faits avec une table de logarithmes à cinq décimales.*

3ème cas *La condition imposée est que* $M(a,b)$ *soit minimum. On montrera que, dans ce cas, la droite d'équation* $y = ax + b$ *est parallèle à la corde de l'arc de sinusoïde défini par :*

$$y = \sin x$$
$$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

On pourra utiliser les tables numériques et la précision de la règle à calcul sera jugée suffisante.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail